



වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

10 S 1

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2018
Second Term Test - Grade 13 - 2018

විභාග අංකය සංයුක්ත ගණිතය I කාලය පැය තුනයි

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
 A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- A කොටස
 සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
 වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- B කොටස
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	එකතුව	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
17		
	එකතුව	
මුළු එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1
	2
අධීක්ෂණය	

සංයුක්ත ගණිතය 13 - I (A කොටස)

01) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියළු $n \in Z^+$ සඳහා $2^{n+2} + 3^{2n+1}$ යන්න 7 හි නිඛිලමය ගුණාකාරයක් බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

02) $2x - x^2 \geq |x-1| - 1$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

03) $Ur = f(r+1) - f(r)$ නම් $\sum_{r=1}^n Ur = f(n+1) - f(1)$ බව පෙන්වන්න.

$1.1! + 2.2! + 3.3! + \dots$ ශ්‍රේණියේ සාධාරණ පදය Ur ලියා $Ur = f(r+1) - f(r)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න. ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් $\sum_{r=1}^n Ur$ සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

04) විශේෂිත පුද්ගලයින් දෙදෙනෙකුගෙන් කවරකු හෝ දෙකෙළවර නොසිටින පරිදි ළමයි n ගණනක් පේළියක සිටුවිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

05) $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\cos(2x^3)-1}{\sin^6(2x)} \right\} = -\frac{1}{32}$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06) $y = x^2 + 2$, $y = x$, $x = 0$ හා $x = 3$ මගින් ආවෘත කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

07) මූලය ඔස්සේ ගමන් කරන පරිදි $y = x^2 + 3x + 4$ වක්‍රය මත ස්පර්ශක පවතිනුයේ කුමන ලක්ෂ්‍යවලදී දැයි සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08) $A(-4,1)$, $C(8,4)$ යනු ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ ශීර්ෂ දෙකකි. BD විකර්ණය $3x + 4y = 0$ රේඛාවට සමාන්තර වේ. එහි දිග ඒකක 5 කි. D පළමුවන වෘත්ත පාදයේ ඇත.

(i) B හා D හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) ABD සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09) වෘත්තය මත පිහිටි $(2, -3)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $2x - 3y - 13 = 0$ වේ. තවද වෘත්තය $(2,3)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරයි නම්, වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

10) $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3} \sin 250^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

සංයුක්ත ගණිතය 13 - I (B කොටස)

11) (a) $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ සහ $g(x) = (a + c - b)x^2 - 2(a + c)x + (a + b + c) = 0$ ලෙස ගනිමු. මෙහි $a, b, c \in R$ වේ. මෙහි $a \neq 0, a + c \neq b$ වේ.

i. $g(x) = 0$ හි මූල පරිමේය බව පෙන්වන්න.

ii. $f(x) = 0$ හි මූල α හා β නම්, $g(x) = 0$ හි මූලවල ගුණිතය $\frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{(1+\alpha)(1+\beta)}$ බව පෙන්වන්න.

(b) α, β යනු $m^2(x^2 - x) + 2mx + 3 = 0$ හි මූල වේ. මෙහි $(m \neq 0)$. $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{4}{3}$ යන සම්බන්ධය සපුරාලන පරිදි α, β පවතින විට m_1, m_2 යනු m ට ගත හැකි අගයයන් දෙක වේ නම් $\frac{m_1^2}{m_2} + \frac{m_2^2}{m_1}$ හි අගය සොයන්න.

(c) $f(x)$ බහු පදය $(x - 1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 2 වන අතර $(x - 2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 3 වේ. $f(x)$ යන්න $(x - 1)(x - 2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

$f(x)$ බහු පදය 3 වන මාත්‍රයේ බහු පදයක් වන අතර, x^3 හි සංගුණකය 1 බව දී ඇත. -1 යනු $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූලයක් නම්, $f(x)$ බහු පදය සොයා $f(x) = 0$ සමීකරණයට වෙනත් තාත්වික මූල නොමැති බව පෙන්වන්න.

12) (a) 1,2,3,4,5,6 හා 7 නිඛිල 7න් වරකට නිඛිල 4 බැගින් ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ ගණන සොයන්න. මෙම සංකරණවලින් කොපමණ ප්‍රමාණයක,

- (i) 3 නිඛිලය අඩංගු වේද?
- (ii) 2 හා 4 නිඛිල අඩංගු වේද?
- (iii) 1 හා 5 නිඛිල අඩංගු නොවේද?

(b) $1 + (1 + b)r + (1 + b + b^2)r^2 + (1 + b + b^2 + b^3)r^3 + \dots$ අපරිමිත ශ්‍රේණියේ එකතුව s නම් $s = \frac{1}{(1-r)(1-br)}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $|b| < 1, |r| < 1$

(c) $\frac{4x^2 + 1}{(2x-1)(2x+1)}$ භින්න භාගවලට වෙන් කරන්න.
 $\frac{5}{1.3} + \frac{17}{3.5} + \frac{28}{5.7} + \dots$ ශ්‍රේණියේ සාධාරණ පදය Ur ලියන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $U_r - 1 = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි $f(r)$ ශ්‍රිතය සොයන්න.

එනසින්, $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{2n^2 + 3n}{2n + 1}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ශ්‍රේණියේ අභිසාරී වේද? ඔබේ පිළිතුරු සනාථ කරන්න.

13) (a) එකම රූපයක $y = |3x - 1| + x - 2$ හා $y = 4 - 2x$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න. එනමින් $|3x - 1| + 3x \geq 6$ සඳහා වන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(b) $\log_a x + \log_{a^2} x^2 + \log_{a^3} x^3 + \dots + \log_{a^{2018}} x^{2018} = \log_a x^{2018}$ බව පෙන්වන්න.

(c) අංශ ප්‍රධාන ගුරු මහතා ඇතුළු ගුරුහවතුන් 7 හා සිසුන් 4 දෙනෙකු අතරින් 6 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් තෝරා ගත යුතුව ඇත. මෙම කණ්ඩායමට,

- i. සිසුන් 2ක් හා අංශ ප්‍රධාන ගුරු මහතා අනිවාර්යයෙන්ම ඇතුළත් විය යුතු නම්,
- ii. සිසුන් 3 සිටිය යුතු නම් හා අංශ ප්‍රධාන ගුරු මහතා ඇතුළත් නොවිය යුතු නම්,
- iii. යටත් පිරිසෙයින් ගුරුවරුන් 4 දෙනෙකු සිටිය යුතු නම් හා අංශ ප්‍රධාන ගුරු මහතා අනිවාර්යයෙන්ම ඇතුළත් විය යුතුවන,
- iv. සිසුන් හා ගුරුවරුන් දෙපාර්ශ්වයම සිටිය යුතු අතර සිසුන් සංඛ්‍යාවට වඩා ගුරුවරුන් ගණන වැඩි වන ලෙස සැදිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

14) a.) $x \neq 0, \pm 1$ සඳහා $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^3 - x}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq 0, \pm 1$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x) = \frac{-(3x^4 + 1)}{(x^3 - x)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

එනමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $f(x) - x = 0$ සමීකරණයේ මූල ගණන සොයන්න.

$y = x^2$ වක්‍රයට $P \equiv (t, t^2), t \neq 0$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇදී අභිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න. එය වක්‍රය නැවත හමුවන ලක්ෂ්‍යය Q නම්,

$$PQ^2 = \left(\frac{4t^2 + 1}{2t} \right)^3 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

PQ දිග අඩුතම වන පරිදි අභිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න.

15) a) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යොදා ගනිමින් $\int_0^1 x.e^{2x+1} dx$ අගයන්න.

b) හින්න භාග භාවිතයෙන් $\int \frac{1}{(1-x^2)(1+x)} dx$ සොයන්න.

සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $\int \frac{1}{\sin \theta(1+\cos \theta)} d\theta$ සොයන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් $\int \frac{1}{\sin \theta + \tan \theta} d\theta$ ලබා ගන්න.

c) $\int_0^{\pi} \frac{1}{1+\sin x} dx$ අනුකලය අගයන්න.

$I = \int_0^a \phi(x) dx$ හා $J = \int_0^a \phi(a-x) dx$ යැයි ගනිමු. මෙහි $\phi(x)$ යනු x හි අනුකලය ශ්‍රිතයක්ද a යනු

ධන නියතයක්ද වේ නම් $I = J$ බව පෙන්වන්න. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින්

$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\sin x} dx$ අගයන්න.

16) a) $l_1 = ax + by + c = 0$ හා $l_2 = a^1x + b^1y + c^1 = 0$ රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන ඕනෑම සරල රේඛාවක සමීකරණය $ax + by + c + \lambda(a^1x + b^1y + c^1) = 0$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ නියතයකි.

$l_3 = lx + my + n$ විචල්‍ය රේඛාව l_1 හා l_2 රේඛා පිළිවෙලින් A හා B හිදී ඡේදනය කරයි. C හා C^1 නිශ්ශුන්‍ය වන අතර O මූලය වේ. OA රේඛාව OB ට ලම්භ නම්,
 $(aa^1 + bb^1) n^2 - (ac^1 + ca)ln - (bc^1 + cb^1)mn + (l^2 + m^2) cc^1 = 0$ බව පෙන්වන්න.

b) පළමු වෘත්ත පාදකය තුළ කේන්ද්‍රය පිහිටා ඇති වෘත්තයක් බිඳීදාංක අක්ෂ දෙකම ස්පර්ශ කරයි. මෙම වෘත්තය $4y - 3x - 6 = 0$ රේඛාව ද ස්පර්ශ කරයි.

- i. එම වෘත්තයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.
- ii. රේඛාව සහ වෘත්තයේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ බිඳීදාංක සොයන්න.

(17) a) $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma - \sin(\alpha + \beta + \gamma) = 4 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta + \gamma}{2}\right) \sin\left(\frac{\gamma + \alpha}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

b) Cos සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක $BC = 5$, $CA = 4$, $AB = 3$ වේ. BC පාදය මත ඇති D හා E ඇත්තේ $BD = DE = EC$ වන පරිදිය. $\tan C\hat{A}E = \frac{3}{8}$ බව සාධනය කරන්න.

c) පහත සමීකරණය විසඳන්න.

- i. $1 - \sin 2x = \cos x - \sin x$
- ii. $\sin^{-1} 6x + \sin^{-1} 6\sqrt{3}x = -\frac{\pi}{2}$



දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2018
Second Term Test - Grade 13 - 2018

විභාග අංකය සංයුක්ත ගණිතය II කාලය පැය තුනයි

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
 A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- **A කොටස**
 සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
 වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	එකතුව	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		
මුළු එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1
	2
අධීක්ෂණය	

(B කොටස)

01) සුමට තිරස් පොළොවක මත එකිනෙකට a දුරකින් පිහිටි සිරස් බිත්ති 2ක් අතර හරිමැද පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට එක් බිත්තියකට ලම්භව වදින සේ විදුරු බෝලයක් u ප්‍රවේගයෙන් තිරස් පොළොව මත චලනය කරනු ලැබේ. බිත්ති හා බෝලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් ($0 < e < 1$) පළමු ගැටුම් තුන දක්වා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එනමින් ඒ සඳහා ගත වන කාලය $\frac{a}{2e^2u} (e^2 + 2e + 2)$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

02) තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව ප්‍රක්ෂේපණය කළ අංශුවක පියාසර කාලය t විට තිරස් තලය මත පරාසය S යන්න, $gt^2 = 2S \tan \theta$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. g එහි ගුරුත්වජ ත්වරණය වේ.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

03) සරල රේඛීය ධාවන පඨයක පැවති මෝටර් බයිසිකල් ධාවන තරගයක දී A මෝටර් බයිසිකලය අවසාන ලක්ෂ්‍යයේ සිට 1.5 km දුරකදී 30ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් 6 ms^{-2} ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ධාවනය කරන අතර එම මොහොතේදී ම B මෝටර් බයිසිකලය Aට 600m දුරක් පිටුපසින් 40ms^{-1} ක ප්‍රවේගයෙන් 10ms^{-2} ක ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ධාවනය කරයි. අවසාන ලක්ෂ්‍යයේ සිට 375m ක දුරකදී B විසින් A පසුකර යන බව, A ට සාපේක්ෂ B හි චලිතය සැලකීමෙන් හෝ අන් අයුරකින් පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

04) ස්කන්ධය $M\text{ kg}$ වූ රථයක එන්ජිමෙන් ජනනය කරනු ලබන ජවය $H\text{ kW}$ වේ. එය $v\text{ ms}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව තිරස් මාර්ගයක ගමන් කරයි. ඉන්පසු එන්ජිම අසම්බන්ධකර තිරිංග යොදනු ලැබේ. තිරිංග යෙදූ මොහොතේ සිට මීටර් s දුරක දී රථය නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. නියත ප්‍රතිරෝධය ඒ අයුරින්ම පවති නම්, තිරිංගවල මන්දන බලය $\frac{Mv^3 - 2000Hs}{2vs}$ N බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

05) \underline{a} හා \underline{b} යනු නිශ්ශුන්‍ය අසමාන්තර දෛශික 2කි. $|\underline{a}|=2$, $|\underline{b}|=1$, \underline{a} හා \underline{b} අතර කෝණය $\frac{2\pi}{3}$ වේ. $\underline{a}+\underline{b}$ හා $\underline{a}-\underline{b}$ අතර කෝණය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06) අරය a වූ ද බර W වූ ද ඒකාකාර ගෝලයක් සුමට බිත්තියක ගැටෙමින් සමතුලිතව තබා ඇත්තේ ගෝලය මතුපිට පිහිටි ල්‍යායකට හා බිත්තියේ පිහිටි ල්‍යායකට ගැට ගසන ලද a දිග සැහැල්ලු අවිත්‍යාස තන්තුවක් මගිනි. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{2W}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න. බිත්තිය මගින් ගෝලය මත ඇති කරන අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

07) තිරසර θ කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත තැබූ වස්තුවක් ඉහළට චලනය කරවීම සඳහා යෙදිය යුතු අවම බලය එම වස්තුව තලය පහළට ලිස්සීම යත්නමින් වළක්වා ගැනීමට තලයට සමාන්තරව යෙදිය යුතු බලය මෙන් තුන් ගුණයකට සමානවේ. වස්තුවක් තලයත් අතර සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{\tan \theta}{2}$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08) P හා Q යනු එකම සිරස් රේඛාවක් මත එකිනෙකට $2a$ දුරකින් පිහිටි අවල ලක්ෂ්‍ය 2කි. P ට පහළින් Q පිහිටා ඇත. $3a$ දිග සැහැල්ලු අවිභ්‍රාම තන්තුවක එක් කෙළවරක් P ලක්ෂ්‍යයට ද අනෙක් කෙළවර Q ලක්ෂ්‍යයට ද ගැට ගසා තන්තුවෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයෙහි ස්කන්ධය m වන R අංශුවක් අමුණා ඇත. සිරස් රේඛාව වටා $\sqrt{\frac{5g}{a}}$ කෝණික ප්‍රවේගයෙන් තිරස් වෘත්තයක R චලිත වේ. තන්තුව කොටස් දෙකෙහි ආතති අතර අනුපාතය $3:2$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09) A හා B යනු Ω නියදි අවකාශයේ සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. $P(A' | B) = \frac{3}{5}$ ද, $P(A' \cap B') = \frac{1}{10}$ ද, $P(B) = \frac{1}{3}$ ද නම් $P(A \cap B)$ හා $P(A)$ සොයන්න.

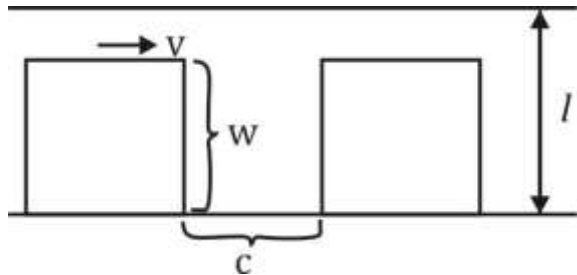
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

10) X නම් පෙට්ටියේ ප්‍රමාණයෙන් සමාන රතු බෝල 2ක් ද නිල් බෝල 3ක් ද ඇත. Y නම් පෙට්ටියේ ප්‍රමාණයෙන් සමාන රතු බෝල 2ක් ද නිල් බෝල 4ක් ද ඇත. සසම්භාවීව පෙට්ටියක් තෝරාගෙන එම පෙට්ටියෙන් ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව වරකට එක බැගින් බෝල 2ක් ඉවතට ගනු ලැබේ.
i. ඉවතට ගත් බෝල දෙකම රතු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
ii. බෝල දෙකම රතු ඒවා බව දී ඇති විට ඒවා X පෙට්ටියෙන් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

සංග්‍රහිත ගණිතය 13 - II (B කොටස)

- 11) (a) එකකට එකක් පිටු පසින් v ඒකාකාර ප්‍රවේගවලින් ගමන් කරන පළල W වන බස් රථ 2ක් සරළ රේඛීය මාර්ගයක එක් මංකීරුවක පාර අද්දරින්ම ගමන් කරයි මගියෙක් එම බස් රථ ගමන් කරන පැත්තේ සිට එක් බස් රථයක් තමා පසු කළ වහාම පාර හරහා ගමන් කරයි. පාරෙහි පළල l වන අතර බස් රථ දෙක අතර නියත දුර c වේ. මගියාට නිරූපිතව පාර හරහා යාමට අවශ්‍ය ප්‍රවේගයන් එහි දිශාවන් සොයන්න. එම අවස්ථාවට අදාළව පාර හරහා යාමට මගියාට ගතවන කාලයක් සොයන්න.



- (b) පොළොව මත පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයක සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන රොකට්ටුවක් තත්. $2T$ කාලයක් තුළ $\frac{g}{6} \text{ ms}^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් සිරස්ව ඉහළට ද අනතුරුව තවත් තත්. T කාලයක් තුළ $\frac{g}{3} \text{ ms}^{-2}$ ක ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සිරස්ව ඉහළට ද ගමන් කර ඉන්පසු ගුරුත්වය යටතේ වලින වී ආරම්භක A ලක්ෂ්‍යයටම පැමිණේ. රොකට්ටුවේ සිරස් වලිනය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රය අඳින්න. ඒ ඇසුරින්,

i. රොකට්ටුවට උපරිම උස දක්වා යාමට ගතවූ කාලය තත්පර $\frac{11T}{3}$ බව පෙන්වන්න.

ii. උපරිම උසෙහි සිට පොළොව ළඟාවීමට ගත වූ කාලය තත්පර $\frac{\sqrt{19} T}{3}$ බව පෙන්වන්න.

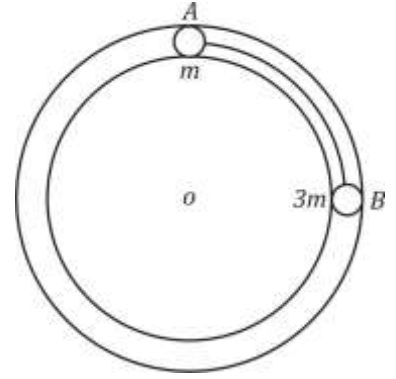
- 12) (a) පොළොව මත තිරසර 30° කින් ආනත වූ අවල සුමට තලයක් මත $m \text{ kg}$ වූ අංශුව තබා එයට ඇදූ අවිනතා තත්තුව තලයේ මුදුනේ වූ A අවල කප්පිය වටා දමා අනෙක් කෙළවර සිරස්ව එල්ලෙන $M \text{ kg}$ වූ අංශුවකට සවිකර ඇත. ආරම්භයේදී A හි සිට $m \text{ kg}$ ට ඇති දුර $d_1 \text{ m}$ ද $M \text{ kg}$ හි සිට පොළොවට ඇති දුර $d_2 \text{ m}$ වේ. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහළ විට $d_1 >$

d_2 විට $2M > m$ නම් m අංශුව A ට පැමිණෙන ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{(2M - m)gd_1}{(M + m)}} \text{ ms}^{-1}$ බව ද

A ට පැමිණීමට ගතවන කාලය $t = 2\sqrt{\frac{d_1(M + m)}{(2M - m)g}}$ s බව ද පෙන්වන්න. තත්තුවේ ආතතිය

$\frac{3Mmg}{2(M + m)}$ බව ද පෙන්වන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රය O ද අරය a ද වූ වෘත්තයක ආකාරයට වන සිරස් තලයක සවිකර තිබෙන සුමට සිහින් නළයකි. දිග $\frac{\pi a}{2}$ ක් වන සැහැල්ලු අවිභ්‍යාස තන්තුවකින් සම්බන්ධ කරන ලද ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා $3m$ වන A හා B අංශු දෙක නළය තුළ ඇත. A නළයේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ ද B, O හි මට්ටමේ ද තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. t කාලයේ දී තන්තුව නොබුරුල්ව තිබෙන සේ OA රේඛාව සිරසට θ කෝණයකින් ($\theta < \frac{\pi}{2}$) භ්‍රමණය වී ඇත්නම් $2a\theta^2 = g(1 - \cos\theta + 3\sin\theta)$ බව පෙන්වන්න. එම පිහිටීමේ දී නළය හා A අංශුව අතර ප්‍රතික්‍රියාව ද තන්තුවේ ආතතිය ද සොයන්න. $\theta = \frac{\pi}{4}$ විට තන්තුව හැකිලෙන බව ද පෙන්වන්න.



13) (a) ස්කන්ධය $2m$ වන A නම් සුමට ගෝලයක් u ප්‍රවේගයකින් චලනය වී ස්කන්ධය $3m$ වන නිශ්චලතාවේ පවතින B නම් තවත් සුමට ගෝලයක් හා සරලව ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{4}$ කි.

i. ගැටුමෙන් පසු B හා A ගෝලවල ප්‍රවේග අතර අනුපාතය 2:1 බව පෙන්වන්න.

ii. ගැටුම නිසා හට ගන්නා ආවේගය $\frac{3mu}{2}$ බව පෙන්වන්න.

iii. ගැටුම නිසා හානිවන වාලක ශක්තිය $\frac{9mu^2}{16}$ ද පෙන්වන්න.

(b) ජවකීය එන්ජිම $H \text{ kw}$ ජවයකින් ක්‍රියාකරන ස්කන්ධය $M \text{ kg}$ වන ලොරියක් තිරස් මාර්ගයක ධාවනය වන විට එහි උපරිම ප්‍රවේගය $u \text{ ms}^{-1}$ වෙයි. එන්ජිම එම ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරමින් එම ප්‍රතිරෝධී බලවලට එරෙහිව තිරසට ආතතිය α වූ මාර්ගයක ඉහළට ධාවනය වන විට ලොරියේ උපරිම වේගය $v \text{ ms}^{-1}$ වෙයි. $H = \frac{Mguv\sin\alpha}{1000(u-v)}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි g යනු ගුරුත්වජ ත්වරණය යි. ලොරිය එම ජවයෙන්ම එම ආතත මාර්ගය දිගේ $2v \text{ ms}^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගයෙන් පහළට ගමන් කරන්නේ නම් $v = \frac{3u}{4}$ බව පෙන්වන්න.

14) (a) A ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් B හා C ලක්ෂ්‍ය 2ක පිහිටුම් දෛශික \underline{b} හා \underline{c} වේ. AB, BC, CA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් D, E, F වේ.

i. D, E, F ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

ii. AE හා BF, G හිදී ඡේදනය වේ. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2} [\underline{c} + \lambda(2\underline{b} - \underline{c})]$ බව පෙන්වන්න.

iii. \overrightarrow{AG} සඳහා තවත් ප්‍රකාශයක් \underline{c} හා \underline{b} ඇසුරින් ගොඩ නගන්න. එනමින්, $AG:GE = 2:1$ බවත්, $BG:GF = 2:1$ බවත් පෙන්වන්න.

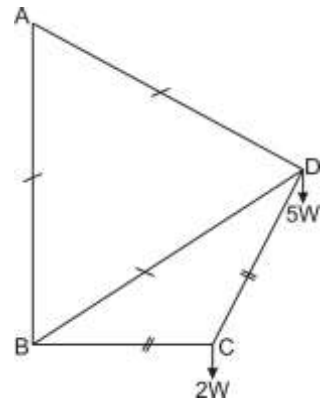
- iv. $CG:GD = 2:1$ බව ද සත්‍යාපනය කරන්න.
- v. H යනු ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටි ලභ්‍යයක් ද එහි පිහිටුම් දෛශිකය h යයිද ගනිමු.
 1. $HD \perp AB$ නම්, $|b|^2 = 2 \cdot b \cdot h$ බව පෙන්වන්න.
 2. $HE \perp BC$ නම් h හා b අතර තවත් එවැනිම සම්බන්ධයක් ගොඩ නගන්න.
 3. $HF \perp AC$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) $PQRS$ යනු පාදයක දිග a වන සමචතුරස්‍රයකි. $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{SP}, \overline{PR}$ හා \overline{QS} යන අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශාවට පිලිවෙලින් නිව්ටන් $6, m, 3, 6, \sqrt{2}$ හා $\sqrt{2}P$ වන බල ක්‍රියා කරයි. මෙහි m හා P ධන නිඛිල වේ.

- i. පද්ධතිය සමතුලිත නොවන බව පෙන්වන්න.
- ii. බල පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය නම් $m = 1$ හා $p = 4$ බව පෙන්වන්න.

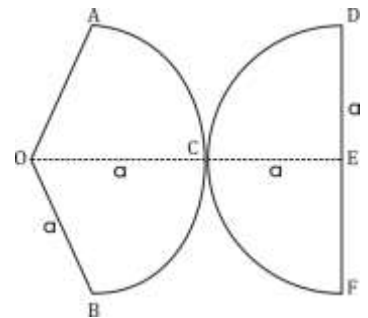
15) (a) සැහැල්ලු දඬු 5කින් සැදි රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වේ. මෙහි ABD සමපාද Δ කි.

$\widehat{ABC} = 90^\circ$, BC හා CD දිගින් සමාන වේ. රාමු කට්ටුව A හා B හිදී සුමටව අවල ලෙස අසව් කර ඇත. C හිදී $2W$ භාරයක් ද D හිදී $5W$ භාරයක් ද එල්ලා AB සිරස්ව පිහිටන සේ තබා ඇත. ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ AD, CD, BD හා BC දඬුවල පවතින ප්‍රත්‍යාබලය ආතතියක් ද තෙරපුමක්ද යන්න සඳහන් කර ඒවායේ විශාලත්වය සොයන්න.



(b) ඒකක දිගක බර w වන $AB = DC = 2l$ ද, $BC = AD = l$ ද වන දඬු 4ක් A, B, C, D ලක්ෂ්‍යවල දී අවලව සන්ධි කර $\sqrt{3}l$ දිග සැහැල්ලු අවිභ්‍යාස තන්තුවක් D හා B ට යා කර ඇත. A හා B හිදී ඇඳු සිරස් තනතු 2කින් එකම මට්ටමේ ලක්ෂ්‍ය දෙකකින් AB හා CD තිරස් වන පරිදි එල්ලා ඇත. DB තන්තුවේ ආතතියත් C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න.

16) කේන්ද්‍රයෙහි 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන අරය a වන වෘත්තයක කේන්ද්‍රික බණ්ඩයක ආකාරයේ වූ ඒකාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a \sin \alpha}{3\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයෙහි දැක්වෙන්නේ එකම ද්‍රව්‍යයකින් වන $\widehat{AOB} = \frac{2\pi}{3}$ හා අරය a වන $AOBCA$ කේන්ද්‍රික බණ්ඩාංකයක් සහ අරය a වන $DCFD$ අර්ධ වෘත්ත කේන්ද්‍රික බණ්ඩය C හිදී සවිකර ඇති ඒකාකාර සංයුක්ත තල ආස්තරයකි. ආස්තරයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිති අක්ෂයමත O සිට $2 \left(\frac{3\pi + \sqrt{3} - 2}{5\pi} \right) a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

එක කෙළවරක් සිවිලිමකට හා අනෙක් කෙළවර A ලක්ෂ්‍යයකට සවිකොට ඇති සැහැල්ලු අවිනනය තත්කුවක් මගින් ආස්තරය සිරස් තලයක නිදහසේ ඵල්ලා ඇත. OE උඩු සිරස සමඟ θ සුළු කෝණයක් සාදයි නම්, $\tan \theta = \frac{5\sqrt{3}\pi}{7\pi+4\sqrt{3}-8}$ බව පෙන්වන්න.

- 17) (a) A හා B යනු Ω නියඳි අවකාශයේ ඕනෑම සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු.
 $P(A) = P(A \cap B') + P(A \cap B)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි B' යනු B හි අනුපූරක සිද්ධිය වේ.
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ බව ද පෙන්වන්න.
 A සිද්ධිය සිදුවී ඇතැයි දී ඇති විට B සිද්ධිය සිදුවීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව $P(B|A)$ අර්ථ දක්වන්න.
 $P(B'|A) = 1 - P(B|A)$ බව පෙන්වන්න.
 $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(A \cap B') = \frac{5}{24}$, $P(A' \cap B') = \frac{1}{3}$ ද නම්,
 i. $P(A \cap B)$ ii. $P(B)$ iii. $P(A'|B)$ සොයන්න.

- (b) A, B හා C නම් ටයර් නිපදවන කර්මාන්ත ශාලා තුනකින් නිපදවන ටයර් වලින්, ටයර් විකුණන වෙළෙඳසැලකට තොග වශයෙන් ටයර් සපයයි.
 A, B හා C කර්මාන්ත ශාලාවලින් පිළිවෙලින් 60%, 30%, 10% වශයෙන් ටයර් සපයයි.
 B හා C මගින් සපයන ටයර්වලින් ප්‍රමිතියෙන් තොර ඒවා වීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් 0.04 හා 0.02 වේ.
 වෙළෙඳසැලේ ඇති ටයර් වලින් එකක් සසම්භාවී ලෙස ගැනීමේ දී එහි ප්‍රමිතියෙන් තොර වීමේ සම්භාවිතාව 0.044 වේ නම්, A මගින් සපයන ටයර්වල ප්‍රමිතියෙන් තොර වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
 ප්‍රමිතියෙන් තොර එකක් බව දී ඇති විට එය C මගින් සපයන එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.